১০ বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

Measures of Dispersions and Probability

এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

❑ **পরিসর ও পরিসরাঙ্ক:**

(i) অশ্রেণিকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে,

পরিসর = সর্বোচ্চ মান (X_H) – সর্বনিম্ন মান (X_L)

(ii) শ্রেণিকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে,

পরিসর = সর্বোচ্চ শ্রেণির উর্ধ্বসীমা (X_H) – সর্বনিম্ন শ্রেণির নিম্নসীমা (X_L)

(iii) পরিসরাঙ্ক $= \dfrac{X_H - X_L}{X_H + X_L} \times 100\%$

❑ **চতুর্থক, চতুর্থক ব্যবধান ও চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক:**

কোনো তথ্যমালা বা গণসংখ্যা নিবেশনের প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় চতুর্থক যথাক্রমে Q_1, Q_2 ও Q_3 হলে,

(i) Q_1 ও Q_3 উপাত্তকে যথাক্রমে 1 : 3 ও 3 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে এবং Q_2 উপাত্তকে সমান দুইভাবে (1 : 1) ভাগ করে। সুতরাং ২য় চতুর্থক মধ্যমার সমান।

(ii) চতুর্থক ব্যবধান, $QD = \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

(iii) চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক, $CQD = \dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100\%$

❑ **গড়, গড় ব্যবধান, গড় ব্যবধানাঙ্ক, পরিমিত ব্যবধান, ভেদাঙ্ক ও বিভেদাঙ্ক, i তম চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক (Q_i):**

	অশ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে	শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে
গড়	$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$	$\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{N}$ $\bar{x} = a + \dfrac{\sum f_i d_i}{N} \times c$
গড় ব্যবধান	$MD(\bar{x}) = \dfrac{\sum \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{n}$	$MD(\bar{x}) = \dfrac{\sum f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{N}$
গড় ব্যবধানাঙ্ক	$CMD(\bar{x}) = \dfrac{MD(\bar{x})}{\bar{x}} \times 100\%$	
পরিমিত ব্যবধান	$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2}$	$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum f_i x_i^2}{N} - \left(\dfrac{\sum f_i x_i}{N}\right)^2}$
ভেদাঙ্ক	$\sigma_x^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2$	$\sigma_x^2 = \dfrac{\sum f_i x_i^2}{N} - \left(\dfrac{\sum f_i x_i}{N}\right)^2$
বিভেদাঙ্ক	$CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$	
চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক	$Q_i = L_i + \left(\dfrac{i \times N}{4} - F_i\right) \times \dfrac{c}{f_i}$	

যেখানে, f_i = i তম শ্রেণির গণসংখ্যা

x_i = i তম শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমান

a = অনুমিত গড়

c = শ্রেণি ব্যবধান

d_i = ধাপ বিচ্যুতি $= \dfrac{x_i - a}{c}$

F_i = i তম শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা

n = মোট গণসংখ্যা

❑ **গাণিতিক সম্ভাবনা:**

কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট মোট নমুনাক্ষেত্রের সংখ্যা n(S) এবং A ঘটনার উপাদান সংখ্যা n(A) হলে,

A ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

❑ **নমুনাবিন্দুর সংখ্যা:**

(i) সম আকারের N তলবিশিষ্ট একটি বস্তুর তলগুলি স্বতন্ত্র হলে, বস্তুটি r বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = (N)^r$

(ii) N_1 তলবিশিষ্ট একটি বস্তু r_1 সংখ্যক এবং N_2 তলবিশিষ্ট অপর একটি বস্তু r_2 সংখ্যক বার একত্রে নিক্ষেপ করলে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = (N_1)^{r_1} \times (N_2)^{r_2}$

(iii) একটি পাত্রের N সংখ্যক বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু একবারে বা পুনঃস্থাপন না করে পরপর উত্তোলন করলে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = {}^{N}C_r$

(iv) একটি পাত্রের N সংখ্যক বস্তু হতে যেকোনো একটি বস্তু r সংখ্যকবার পুনঃস্থাপন করে উত্তোলন করলে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা $= (N)^r$

❑ বর্জনশীল ঘটনা:

(i) বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে, $A \cap B = \{\ \}$ $\therefore P(A \cap B) = 0$

(ii) A ও B বর্জনশীল ঘটনা হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(iii) n সংখ্যক বর্জনশীল ঘটনা $A_1, A_2, \ldots\ldots, A_n$ এর ক্ষেত্রে যেকোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা,

$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots\ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots\ldots P(A_n)$

❑ অবর্জনশীল ঘটনা:

(i) অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে,

$A \cap B \neq \{\ \}$ $\therefore P(A \cap B) \neq 0$

(ii) A ও B দুইটি অবর্জনশীল ঘটনা হলে,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

❑ সম্ভাবনার পূরক সূত্র:

(i) যেকোনো দৈব পরীক্ষণে একটি ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভবনার সমষ্টি 1। অর্থাৎ $P(A) + P(A') = 1$

(ii) **বিশেষ সূত্র:**

- $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$
- $P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$

❑ স্বাধীন বা অনির্ভরশীল ঘটনা:

(i) A ও B দুইটি পরস্পর স্বাধীন ঘটনা হলে,

$P(A \cap B) = P(A).P(B)$

(ii) A ও B দুইটি পরস্পর স্বাধীন ঘটনা হলে,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

❑ অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা:

যদি A ও B দুইটি পরস্পর অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা হয় তবে,

$P(A \cap B) = P(A).P\left(\frac{B}{A}\right) = P(B).P\left(\frac{A}{B}\right)$

যেখানে, $P(B/A)$ = A ঘটনা ঘটার শর্তে B ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা

$P(A/B)$ = B ঘটনা ঘটার শর্তে A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা

সৃজনশীল (খ + গ) এর জন্য গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নোত্তর

1. মতিঝিল আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজের 60 জন ছাত্রীর দৈনিক হাত খরচের সারণি নিম্নে দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি (টাকা)	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
গণসংখ্যা	8	12	20	15	5

সারণি হতে গড় ব্যবধান, গড় ব্যবধানাঙ্ক, পরিসর ও পরিসরাঙ্ক নির্ণয় কর। [কু. বো. ১৯]

সমাধান: গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি (টাকা)	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$f_i.x_i$	$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
40-50	8	45	360	64.5	19.5	156
50-60	12	55	660		9.5	114
60-70	20	65	1300		0.5	10
70-80	15	75	1125		10.5	157.5
80-90	5	85	425		20.5	102.5
	N = 60		$\sum f_i.x_i = 3870$			$\sum f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert = 540$

$\therefore$ গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{3870}{60} = 64.5$

$\therefore$ গড় ব্যবধান, $MD = \frac{\sum f_i\,\lvert x_i - \bar{x}\rvert}{N} = \frac{540}{60} = 9$ **(Ans.)**

গড় ব্যবধানাঙ্ক (CMD) $= \frac{MD}{\bar{x}} \times 100\%$

$= \frac{9}{64.5} \times 100\%$

$= 13.95\%$ **(Ans.)**

গণসংখ্যা নিবেশন সারির প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা, L = 40

এবং সর্বশেষ শ্রেণির উর্ধ্বসীমা, H = 90

$\therefore$ পরিসর = H – L = 90 – 40 = 50 **(Ans.)**

পরিসরাঙ্ক $= \frac{H - L}{H + L} \times 100\%$

$= \frac{90 - 40}{90 + 40} \times 100\%$

$= 38.46\%$ **(Ans.)**

2. উচ্চ মাধ্যমিক পরীক্ষায় অংশগ্রহণেচ্ছুক দুজন শিক্ষার্থীর বিভিন্ন বিষয়ের হাজিরা তথ্য (%) নিম্নরূপ:

বিষয় / নাম	বাংলা	ইংরেজি	আইসিটি	পদার্থ	রসায়ন	গণিত	জীববিদ্যা	গড়
মিলন (x_i)	48	64	50	67	70	x_6	55	57
রতন (y_i)	44	76	58	64	48	59	50	$\bar{y}$

মিলনের হাজিরা তথ্যের গড় ব্যবধানাঙ্ক দেখাও 15.04%। [কু. বো. ১৯]

সমাধান: প্রশ্নমতে, মিলনের হাজিরা তথ্যের গড় = 57

$\Rightarrow \frac{48 + 64 + 50 + 67 + 70 + x_6 + 55}{7} = 57$

$\Rightarrow 354 + x_6 = 399 \Rightarrow x_6 = 45$

সারণি হতে পাই, N = 7, $\bar{x} = 57$

$\therefore$ গড় ব্যবধান,

$M.D(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \lvert x_i - \bar{x}\rvert}{N}$

$= \frac{1}{7}(\lvert 48 - 57\rvert + \lvert 64 - 57\rvert + \lvert 50 - 57\rvert + \lvert 67 - 57\rvert + \lvert 70 - 57\rvert + \lvert 45 - 57\rvert + \lvert 55 - 57\rvert)$

$= \frac{60}{7}$

$= 8.57$

$\therefore$ গড় ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{M.D(\bar{x})}{\bar{x}} \times 100\%$

$= \frac{8.57}{57} \times 100\%$

$\approx 15.04\%$ (প্রায়) **(Ans.)**

3. দুইজন ক্রিকেট খেলোয়াড় X ও Y এর 5টি খেলার স্কোর নিম্নরূপ:

X এর স্কোর	**53**	**48**	**16**	**37**	**75**
Y এর স্কোর	**42**	**50**	**23**	**67**	**38**

X ও Y এর মধ্যে কার রানের স্কোর বেশি সঙ্গতিপূর্ণ তা পরিমিত ব্যবধান করে নির্ণয় কর। [দি. বো. ১৯]

সমাধান: X এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

x_i	53	48	16	37	75	$\sum x_i = 229$
x_i^2	2809	2304	256	1369	5625	$\sum x_i^2 = 12363$

$\therefore$ X এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{12363}{5} - \left(\frac{229}{5}\right)^2}$ [$\because$ N = 5]

$= 19.36$

Y এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

x_i	42	50	23	67	38	$\Sigma x_i = 220$
x_i^2	1764	2500	529	4489	1444	$\Sigma x_i^2 = 10726$

$\therefore$ Y এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_Y = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma x_i}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{10726}{5} - \left(\frac{220}{5}\right)^2}$ $[\because N = 5]$

$= 14.46$

Y এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান ($\sigma_Y = 14.46$) এবং X এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান ($\sigma_X = 19.36$) অপেক্ষা কম হওয়ায় Y এর রানের স্কোর বেশি সঙ্গতিপূর্ণ। **(Ans.)**

4. নিচে 50 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন দেয়া হলো–

নম্বর	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ছাত্রসংখ্যা	5	7	11	14	6	4	3

ভেদাঙ্ক, পরিমিত ব্যবধান এবং উভয়ের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় কর।

[ঢা. বো. ১৯; অনুরূপ প্রশ্ন: য. বো. ১৯; চ. বো. ১৯, ১৭; সকল বোর্ড ১৮; ব. বো. ১৭; দি. বো. ১৭]

সমাধান: ভেদাঙ্ক নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

নম্বর	ছাত্রসংখ্যা, f_i	x_i	f_ix_i	$f_ix_i^2$
30-40	5	35	175	6125
40-50	7	45	315	14175
50-60	11	55	605	33275
60-70	14	65	910	59150
70-80	6	75	450	33750
80-90	4	85	340	28900
90-100	3	95	285	27075
মোট	$\Sigma f_i = N = 50$		$\Sigma f_ix_i = 3080$	$\Sigma f_ix_i^2 = 202450$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $\sigma_x^2 = \left\{\frac{\Sigma f_ix_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_ix_i}{N}\right)^2\right\}$

$= \frac{202450}{50} - \left(\frac{3080}{50}\right)^2$

$= 254.44$ **(Ans.)**

আবার, পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = \sqrt{254.44} = 15.951$ **(Ans.)**

$\therefore$ ভেদাঙ্ক ও পরিমিত ব্যবধানের মধ্যে পার্থক্য,

$= (254.44 - 15.951) = 238.489$ **(Ans.)**

5. উচ্চ মাধ্যমিক পরীক্ষায় অংশগ্রহণেচ্ছুক দুজন শিক্ষার্থীর বিভিন্ন বিষয়ের হাজিরা তথ্য (%) নিম্নরূপ:

বিষয় / নাম	বাংলা	ইংরেজি	আইসিটি	পদার্থ	রসায়ন	গণিত	জীববিদ্যা	গড়
মিলন (x_i)	48	64	50	67	70	x_6	55	57
রতন (y_i)	44	76	58	64	48	59	50	$\bar{y}$

হাজিরা তথ্যে গড় হাজিরা 55% এর কম ও বিভেদাঙ্ক 17% এর বেশি হলে যদি কোনো শিক্ষার্থী ফরম পূরণ করতে না পারে তাহলে রতন পরীক্ষার ফরম পূরণ করতে পারবে কিনা তা তথ্যের গড় ও বিভেদাঙ্ক বিশ্লেষণপূর্বক নির্ণয় কর। [কু. বো. ১৯]

সমাধান: আমরা জানি, বিভেদাঙ্ক, $CV = \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{গড়}} \times 100\%$

রতনের হাজিরা তথ্যের গড়,

$\bar{y} = \frac{44 + 76 + 58 + 64 + 48 + 59 + 50}{7}$

$= \frac{399}{7} = 57$

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

y_i	44	76	58	64	48	59	50	$\Sigma y_i = 399$
y_i^2	1936	5776	3364	4096	2304	3481	2500	$\Sigma y_i^2 = 23457$

এখন, পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma y_i}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{23457}{7} - \left(\frac{399}{7}\right)^2}$ $[\because N = 7]$

$= \sqrt{102}$

$= 10.0995 \approx 10.1$

$\therefore$ রতনের হাজিরা তথ্যের বিভেদাঙ্ক, $CV = \frac{\sigma}{\bar{y}} \times 100$

$= \frac{10.1}{57} \times 100\%$

$= 17.72\%$

$\therefore$ প্রশ্নমতে একজন শিক্ষার্থীর হাজিরা তথ্যের গড় > 55% এবং বিভেদাঙ্ক < 17% হলে, সেই পরীক্ষার্থী ফরম পূরণ করতে পারবে। রতনের হাজিরা তথ্যের গড় 57% যা 55% এর চেয়ে বেশি কিন্তু বিভেদাঙ্ক 17.72%, যা 17% এর চেয়ে বেশি। ফলে রতন পরীক্ষার ফরম পূরণ করতে পারবে না। **(Ans.)**

6.

শ্রেণিব্যাপ্তি	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70
গণসংখ্যা	9	21	15	10	5

গণসংখ্যা সারণি থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর। [রা. বো. ১৯]

সমাধান: দৃশ্যকল্প-১ হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়:

নম্বর	গণসংখ্যা, f_i	মধ্যবিন্দু, x_i	$d_i = \frac{x_i - a}{c}$	f_id_i	$f_id_i^2$
21-30	9	25.5	– 2	– 18	36
31-40	21	35.5	– 1	– 21	21
41-50	15	45.5 = a	0	0	0
51-60	10	55.5	1	10	10
61-70	5	65.5	2	10	20
মোট	$\Sigma f_i = N = 60$			$\Sigma f_id_i = -19$	$\Sigma f_id_i^2 = 87$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = c\sqrt{\frac{\Sigma f_id_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_id_i}{N}\right)^2}$

$= 10 \times \sqrt{\frac{87}{60} - \left(\frac{-19}{60}\right)^2}$

$= 10 \times 1.162 = 11.62$ (প্রায়) **(Ans.)**

7. চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় কর। [য. বো. ১৭]

শ্রেণি ব্যাপ্তি	10-16	17-22	23-28	29-34	35-40	41-46	47-52
গণসংখ্যা	5	4	10	12	8	4	7

সমাধান: চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণী ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা (F_c)
10-16	5	5
17-22	4	9
23-28	10	19
29-34	12	31
35-40	8	39
41-46	4	43
47-52	7	50

প্রথম চতুর্থক Q_1 নির্ণয়: এখানে, $\frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12.25$

$\therefore$ প্রথম চতুর্থক (23 – 28) শ্রেণিতে অবস্থিত।

এক্ষেত্রে, $L = 23, F_c = 9, f_1 = 10, c = 7$

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - F_c}{f_1} \times c$$

$$= 23 + \frac{12.5 - 9}{10} \times 7$$

$$= 25.45$$

তৃতীয় চতুর্থক Q_3 নির্ণয়: এখানে, $\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37.5$

$\therefore$ তৃতীয় চতুর্থক (35 – 40) শ্রেণিতে অবস্থিত।

$L = 35, F_c = 31, f_3 = 8, c = 7$

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - F_c}{f_3} \times c$$

$$= 35 + \frac{37.5 - 31}{8} \times 7$$

$$= 40.688$$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান $Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{40.688 - 25.45}{2}$

$= 7.62$ **(Ans.)**

8. $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{6}$, A ও B স্বাধীন হলে P(A/B) নির্ণয় কর।

[চ. বো. ১৯; অনুরূপ প্রশ্ন: সকল বোর্ড ১৮]

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{6}$

এখন, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ [$\because$ A ও B স্বাধীন]

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

$$\therefore P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3} \textbf{ (Ans.)}$$

9. তুলি ও পলির এককভাবে একটি অঙ্ক সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$। পলি ও তুলির একত্রে অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [রা. বো. ১৭]

সমাধান: মনে করি, পলি ও তুলির অঙ্কটি সমাধান করতে পারার ঘটনা যথাক্রমে A ও B।

দেওয়া আছে, পলির অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{1}{4}$

এবং তুলির অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{1}{3}$

$\therefore P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ [$\because$ A ও B পরস্পর স্বাধীন]

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{12}$$

এক্ষেত্রে, $P(A \cap B) \neq 0$। সুতরাং, A ও B অবর্জনশীল ঘটনা।

$\therefore$ পলি ও তুলির একত্রে অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাবনা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{2} \textbf{ (Ans.)}$$

10. দুইজন ক্রিকেট খেলোয়াড় X ও Y এর 5টি খেলার স্কোর নিম্নরূপ:

X এর স্কোর	53	48	16	37	75
Y এর স্কোর	42	50	23	67	38

X এর স্কোরের সাথে একটি ছক্কার গুটি নিক্ষেপ করা হলে যে নমুনাক্ষেত্র পাওয়া যাবে তা হতে প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল বড়জোড় 50 হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [দি. বো. ১৯]

সমাধান: মনেকরি, X এর স্কোরের সাথে একটি ছক্কার গুটি নিক্ষেপিত হলে প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল বড়জোড় 50 হওয়ার ঘটনা A এবং ঘটনাজগৎ S।

$\therefore$ X এর স্কোরের সাথে একটি ছক্কার গুটি নিক্ষেপ করা হলে নমুনা ক্ষেত্রটি নিম্নরূপ:

একটি ছক্কার ফলাফল (→) / X এর স্কোর (↓)	1	2	3	4	5	6
53	(53, 1)	(53, 2)	(53, 3)	(53, 4)	(53, 5)	(53, 6)
48	(48, 1)	(48, 2)	(48, 3)	(48, 4)	(48, 5)	(48, 6)
16	(16, 1)	(16, 2)	(16, 3)	(16, 4)	(16, 5)	(16, 6)
37	(37, 1)	(37, 2)	(37, 3)	(37, 4)	(37, 5)	(37, 6)
75	(75, 1)	(75, 2)	(75, 3)	(75, 4)	(75, 5)	(75, 6)

$\therefore$ মোট নমুনাবিন্দু, $n(S) = 30$

এখানে, A = {(48, 1), (48, 2), (16, 1), (16, 2), (16, 3), (16, 4), (16, 5), (16, 6), (37, 1), (37, 2), (37, 3), (37, 4), (37, 5), (37, 6)}

এবং অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, $n(A) = 14$

$\therefore$ X এর স্কোরের সাথে একটি ছক্কার গুটি নিক্ষেপিত হলে প্রাপ্ত যোগফল বড়জোড় 50 হওয়ার হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ **(Ans.)**

11. একটি ছক্কা নিরপেক্ষভাবে নিক্ষেপ করা হলে 2 বা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [সি. বো. ১৭]

সমাধান: একটি ছক্কা নিরপেক্ষভাবে নিক্ষেপ করার ক্ষেত্রে নমুনাক্ষেত্র,

$S = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ $\therefore n(S) = 6$

মনে করি, 2 ও 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা যথাক্রমে A ও B।

$\therefore A = \{2, 4, 6\}$ এবং $B = \{3, 6\}$

এখন, $A \cap B = \{6\}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

$\therefore$ একটি ছক্কা নিরপেক্ষভাবে নিক্ষেপ করা হলে 2 বা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাব্যতা, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3 + 2 - 1}{6}$$

$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \textbf{ (Ans.)}$$

12. 20 ওভারের একটি ইনিংসে একটি দলের ওভারপ্রতি অর্জিত রান সংখ্যা নিম্নরূপ: 5, 3, 9, 2, 1, 7, 8, 5, 11, 13, 4, 7, 8, 6, 13, 11, 1, 7, 9, 10। সংখ্যাগুলি হতে দৈবভাবে একটি সংখ্যা বাছাই করলে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [সি. বো. ১৯]

সমাধান: মনে করি, উদ্দীপকের সংখ্যাগুলোর সেট,

$S = \{5, 3, 9, 2, 1, 7, 8, 5, 11, 13, 4, 7, 8, 6, 13, 11, 1, 7, 9, 10\}$

$\therefore n(S) = 20$

আবার, মৌলিক সংখ্যার সেট,

$A = \{5, 3, 2, 7, 5, 11, 13, 7, 13, 11, 7\}$ $\therefore n(A) = 11$

এবং 3 এর গুণিতক সংখ্যার সেট, $B = \{3, 9, 6, 9\}$ $\therefore n(B) = 4$

$\therefore$ মৌলিক সংখ্যা এবং 3 এর গুণিতক সংখ্যার সেট, $A \cap B = \{3\}$

$\therefore n(A \cap B) = 1$

$\therefore$ সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

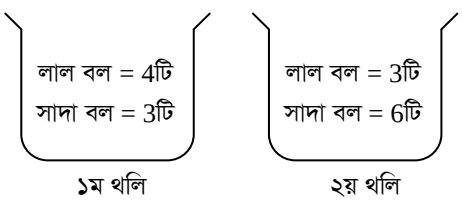
$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{11}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{14}{20} = \frac{7}{10} \textbf{ (Ans.)}$$

13. একটি থলিতে 4টি লাল ও 3টি সাদা বল এবং অপর একটি থলিতে 3টি লাল ও 6টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি থেকে একটি করে মোট দুইটি বল তোলা হলো। উত্তোলিত বল দুইটির মধ্যে অন্তত একটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [রা. বো. ১৯]

সমাধান:



১ম থলিতে মোট বল = (4 + 3) = 7টি

এবং ২য় থলিতে মোট বল = (3 + 6) = 9টি

মনে করি, উত্তোলিত বল দুইটির মধ্যে অন্তত একটি বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = P(A)

$\therefore$ P(A) = P(প্রথম থলি হতে সাদা বল) × P(দ্বিতীয় থলি হতে লাল বল) + P(প্রথম থলি হতে লাল বল) × P(দ্বিতীয় থলি হতে সাদা বল) + P(প্রথম থলি হতে সাদা বল) × (দ্বিতীয় থলি হতে সাদা বল)

$$= \frac{{}^3C_1}{{}^7C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^9C_1} + \frac{{}^4C_1}{{}^7C_1} \times \frac{{}^6C_1}{{}^9C_1} + \frac{{}^3C_1}{{}^7C_1} \times \frac{{}^6C_1}{{}^9C_1}$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{8}{21} + \frac{2}{7} = \frac{17}{21} \textbf{ (Ans.)}$$

14. উপাত্ত:

রং এর নাম	সাদা	কালো	লাল	সবুজ	হলুদ	বেগুনি	নীল
বলের সংখ্যা	3	6	7	5	4	9	8

বলগুলি একটি বাক্সে থাকলে এবং বাক্সটি থেকে 3টি করে বল দৈবভাবে উত্তোলন করা হলে, তিনটি বলই লাল অথবা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [কু. বো. ১৭]

সমাধান: দেওয়া আছে,

সাদা বল	=	3টি
কালো বল	=	6টি
লাল বল	=	7টি
সবুজ বল	=	5টি
হলুদ বল	=	4টি
বেগুনি বল	=	9টি
নীল বল	=	8টি

$\therefore$ মোট বল = 42টি

ধরি, লাল ও সবুজ বল হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে R এবং G।

এখন, 42টি বল হতে 3টি বল বাছাই করা যায় = ${}^{42}C_3$ উপায়ে।

এখন, তিনটি বলই লাল অথবা তিনটি বলই সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা,

= P(তিনটি বলই লাল) + P(তিনটি বলই সবুজ)

$\therefore P(R \cup G) = P(R) + P(G)$ [$\because$ ঘটনাদ্বয় বর্জনশীল]

$$= \frac{{}^7C_3}{{}^{42}C_3} + \frac{{}^5C_3}{{}^{42}C_3} = \frac{35}{11480} + \frac{1}{1148} = \frac{9}{2296}$$

$\therefore$ তিনটি বলই লাল অথবা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{9}{2296}$ **(Ans.)**

15. গণিত ও পরিসংখ্যান বিষয়ে 250 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 25 জন পরিসংখ্যানে এবং 45 জন গণিতে ফেল করে। উভয় বিষয়ে 15 জন ফেল করেছে। তাদের মধ্যে থেকে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হল। পরীক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে পাশ ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [সকল বোর্ড ১৮]

সমাধান: মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা, N = 250 জন

গণিতে ফেল করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(M') = 45$ জন

এবং পরিসংখ্যানে ফেল করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(S') = 25$ জন

উভয় বিষয়ে ফেল করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(M' \cap S') = 15$ জন

আবার, গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশ করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(M' \cap S) = (45 - 15) = 30$ জন

একজন পরিক্ষার্থীর গণিতে ফেল ও পরিসংখ্যানে পাশ করার সম্ভাবনা,

$$P(M' \cap S) = \frac{n(M' \cap S)}{N} = \frac{30}{250} = \frac{3}{25} \textbf{ (Ans.)}$$

16. একটি কলেজের দ্বাদশ শ্রেণির 55 জন ছাত্রের উচ্চতর গণিতের ফলাফল নিম্নরূপঃ

প্রাপ্ত নম্বর	ছাত্রসংখ্যা	গ্রেড
50-59	**5**	**B**
60-69	**10**	**A^-**
70-79	**15**	**A**
80-89	**20**	**A^+**
90-99	**5**	**A^+**

দৈবচয়নে একটি ছাত্রকে বেছে নেওয়া হলে, ছাত্রটির A এবং A^+ না পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [য. বো. ১৯]

সমাধানঃ সারণি হতে পাই, মোট ছাত্রসংখ্যা = 55 জন এবং

A এবং A^+ পাওয়া ছাত্রসংখ্যা = (15 + 20 + 5) = 40 জন।

একজন ছাত্রের A এবং A^+ পাওয়ার সম্ভাবনা $P(M) = \frac{40}{55} = \frac{8}{11}$

একজন ছাত্রের A এবং A^+ না পাওয়ার সম্ভাবনা,

$P(M') = 1 - P(M)$ $[\because P(M) + P(M') = 1]$

$= 1 - \frac{8}{11}$

$= \frac{3}{11}$ **(Ans.)**

17. একজন পরীক্ষার্থীর বাংলায় ফেল করার সম্ভাবনা $\frac{1}{5}$, বাংলা এবং ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{3}{4}$ এবং দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{7}{8}$ হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা কত?

[চ. বো. ১৪; দি. বো. ১৩; য. বো. ০৯; ঢা. বো. ০০]

সমাধানঃ ধরি, বাংলায় ফেল করার সম্ভাবনা, $P(B^c) = \frac{1}{5}$

বাংলায় পাসের সম্ভাবনা, $P(B) = 1 - (B^c) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

বাংলা ও ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা, $P(B \cap E) = \frac{3}{4}$

যেকোনো একটিতে পাশের সম্ভাবনা, $P(B \cup E) = \frac{7}{8}$

ধরি, ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা = P(E)

আমরা জানি, $P(B \cup E) = P(B) + P(E) - P(B \cap E)$

$\Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{4}{5} + P(E) - \frac{3}{4}$

$\therefore P(E) = \frac{7}{8} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{33}{40}$

$\therefore$ কেবল মাত্র ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা $= P(E \cap B^c)$

$= P(E) - P(B \cap E)$

$= \frac{33}{40} - \frac{3}{4}$

$= \frac{3}{40}$ **(Ans.)**

18. কোন সমীক্ষায় দেখা গেল 100 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে বাংলায় 40 জন, ইংরেজীতে 35 এবং গণিতে 20 জন পাশ করেছে। বাংলা ও ইংরেজীতে 17 জন, ইংরেজী ও গণিতে 7 জন, গণিতে ও বাংলায় 6 জন পাশ করেছে এবং তিন বিষয়ে পাশ করেছে 5 জন। দৈব চয়নে একজন ছাত্রকে বাছাই করলে তার তিন বিষয়ে ফেল করার সম্ভাবনা কত?

সমাধানঃ মনে করি, মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা, n(S) = 100

বাংলায় পাশ করার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{40}{100}$

ইংরেজিতে পাশ করার সম্ভাবনা, $P(E) = \frac{35}{100}$

গণিতে পাশ করার সম্ভাবনা, $P(M) = \frac{20}{100}$

বাংলা ও ইংরেজিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা, $P(B \cap E) = \frac{17}{100}$

ইংরেজি ও গণিতে পাশ করার সম্ভাবনা, $P(E \cap M) = \frac{7}{100}$

গণিত ও বাংলায় পাশ করার সম্ভাবনা, $P(M \cap B) = \frac{6}{100}$

তিন বিষয়ে পাশ করার সম্ভাবনা, $P(M \cap B \cap E) = \frac{5}{100}$

তিন বিষয়ের যে কোন একটি বিষয়ে পাশের সম্ভাবনা $P(E \cup B \cup M)$ হলে,

$= P(B) + P(E) + P(M) - P(B \cap E) - P(E \cap M) - P(M \cap B) + (E \cap B \cap M)$

$= \frac{40}{100} + \frac{35}{100} + \frac{20}{100} - \frac{17}{100} - \frac{7}{100} - \frac{6}{100} + \frac{5}{100}$

$= \frac{70}{100}$

$\therefore$ তিনটি বিষয়ে ফেল করার সম্ভাবনা $= 1 - P(E \cap B \cap M)$

$= 1 - \frac{70}{100}$

$= \frac{3}{10}$ **(Ans.)**

19. 200 জন পরীক্ষার্থীর 40 জন গণিতে, 20 জন পরিসংখ্যানে ফেল করে। উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেয়া হল। সে গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা, n(S) = 200

গণিতে ফেল এরূপ পরীক্ষার্থীর সংখ্যা, n(M) = 40

পরিসংখ্যানে ফেল এরূপ পরীক্ষার্থীর সংখ্যা, n(St) = 20

উভয় বিষয়ে ফেল করে এরূপ পরীক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(M \cap St) = 10$

এখন গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস এরূপ পরীক্ষার্থীর সংখ্যা

$= 40 - 10 = 30$

একজন পরীক্ষার্থী গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাসের সম্ভাবনা

$= \frac{30}{200}$

$= \frac{3}{20}$ **(Ans.)**

20. একটি বাক্সে 5টি সাদা, 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। এলোমেলোভাবে তিনটি বল তুলে নেওয়া হলে বলগুলি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [রা. বো. ১৫; সি. বো. ১২; কু. বো. ১১; চ. বো. ১০]

সমাধান: বক্সটিতে সাদা বল 5টি, লাল বল 7টি এবং কালো বল 8টি

$\therefore$ মোট বল 20টি।

এলোমেলোভাবে তিনটি বল তুলে নেওয়া হলে বলগুলি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{^7C_3}{^{20}C_3} + \frac{^5C_3}{^{20}C_3}$

$= \frac{7}{76}$ **(Ans.)**

21. একজন ছাত্রের বাংলা পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$, বাংলা ও অঙ্ক দুইটিতেই পাসের সম্ভাবনা $\frac{14}{45}$ এবং দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে, তার অঙ্কে পাসের সম্ভাবনা কত?

[ঢা. বো. ১৪; ব. বো. ১৪, ০৫; য. বো. ০১; সি. বো. ১১]

সমাধান: ধরি, বাংলায় পাস করার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{2}{3}$

বাংলা ও অঙ্ক দুইটিতেই পাসের সম্বাবনা, $P(B \cap M) = \frac{14}{45}$

যে কোন একটিতে পাসের সম্ভাবনা, $P(B \cup M) = \frac{4}{5}$

ধরি, অঙ্কে পাশের সম্বাবনা = P(M)

আমরা জানি, $P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M)$

$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(M) - \frac{14}{45}$

$\therefore P(M) = \frac{4}{5} + \frac{14}{45} - \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ **(Ans.)**

22. একটি ব্যাগে 7টি লাল, 5টি কালো এবং 4টি সাদা বল আছে। 3টি বল দৈবভাবে নেয়া হলো। কমপক্ষে 2টি লাল বল হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

[চ. বো. ১৯]

সমাধান:

লাল বল = 7টি
কালা বল = 5টি
সাদা বল = 4টি

ব্যাগে মোট বলসংখ্যা = (7 + 5 + 4)টি = 16 টি

$\therefore$3টি বল দৈবভাবে নেওয়া হলে কমপক্ষে 2টি বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা = P(2টি লাল বল ও 1টি সাদা বল) + P(2টি লাল বল ও 1টি কালো বল) + P(3টি লাল বল)

$= \frac{^7C_2 \times {^4C_1}}{^{16}C_3} + \frac{^7C_2 \times {^5C_1}}{^{16}C_3} + \frac{^7C_3}{^{16}C_3}$

$= \frac{3}{20} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16}$

$= \frac{2}{5}$ **(Ans.)**

23. যদি $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ১৯; অনুরূপ প্রশ্ন: য. বো. ১৭; চ. বো. ১৭]

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$

এখন, $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ [$\because$A ও B স্বাধীন]

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

$= \frac{3 + 4 - 1}{12}$

$= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

24. একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। এর নমুনাক্ষেত্র তৈরি করে কমপক্ষে একটি টেল ও সংখ্যাটি ও দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান:

একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে তার নমুনাক্ষেত্র = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

আবার, দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করলে তার নমুনাক্ষেত্র,

{H, T} × {H, T} = {HH, HT, TH, TT}

অতএব, একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করলে তার নমুনাক্ষেত্র নিম্নরূপ:

	1	2	3	4	5	6
HH	HH1	HH2	HH3	HH4	HH5	HH6
HT	HT1	HT2	HT3	HT4	HT5	HT6
TH	TH1	TH2	TH3	TH4	TH5	TH6
TT	TT1	TT2	TT3	TT4	TT5	TT6

সুতরাং, n(s) = 24

কমপক্ষে একটি টেল ও 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা A হলে,

A = {HT3, TH3, TT3, HT6, TH6, TT6}

$\therefore$ n(A) = 6

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

১০ বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

Measures of Dispersions and Probability

বোর্ড পরীক্ষার জন্য গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

1. বিস্তার পরিমাপে অনপেক্ষ পরিমাপ কোনটি? [সকল বোর্ড ১৮]

ক বিভেদাঙ্ক খ চতুর্থক ব্যবধান
গ পরিসরাঙ্ক ঘ গড় ব্যবধাঙ্ক

উত্তর: খ চতুর্থক ব্যবধান

ব্যাখ্যা: বিস্তার পরিমাপের অনপেক্ষ (Absolute) পরিমাপগুলো: পরিসর, গড় ব্যবধান, চতুর্থক ব্যবধান, পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক

2. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো হতে যে কোনো একটিকে দৈবভাবে নিলে তা মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [ব. বো. ১৭]

ক $\frac{2}{11}$ খ $\frac{1}{5}$ গ $\frac{3}{11}$ ঘ $\frac{3}{10}$

উত্তর: ক $\frac{2}{11}$

ব্যাখ্যা: 30 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 40 – 30 + 1 = 11টি

30 থেকে 40 এর মধ্যবর্তী মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট, A = {31,37}

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{2}{11}$

3. 2, 3, 4, 7 সংখ্যা চারটির গড় ব্যবধান কত? [য. বো. ১৭]

ক 0 খ $\frac{2}{3}$ গ $\frac{3}{2}$ ঘ 4

উত্তর: গ $\frac{3}{2}$

ব্যাখ্যা: গড় $= \frac{2+3+4+7}{4} = 4$

গড় ব্যবধান $= \frac{|2-4| + |3-4| + |4-4| + |7-4|}{4}$

$= \frac{2+1+3}{4} = \frac{3}{2}$

❖ **উদ্দীপকের আলোকে 4-7 নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**
অশ্রেণিকৃত উপাত্ত 12, – 5, 0, 7, 2, – 9, 5

4. উপাত্তগুলোর পরিসর নিচের কোনটি?

ক – 21 খ – 3 গ 3 ঘ 21

উত্তর: ঘ 21

ব্যাখ্যা: উপাত্তগুলোর পরিসর = H – L = 12 – (– 9) = 21

5. উপাত্তগুলোর
(i) ১ম চতুর্থক (–5)
(ii) ৩য় চতুর্থক 7
(iii) চতুর্থক ব্যবধান 1
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সত?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: তথ্যগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

– 9, – 5, 0, 2, 5, 7, 12

n = 7 (বিজোড় সংখ্যা) এবং (n + 1) সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য।

$\frac{n+1}{4}$ = ২য় পদ = – 5

এবং $\left(\frac{n+1}{4} \times \text{৩য় পদ}\right)$ = (২য় × ৩য় = ষষ্ঠপদ) = 7

$\therefore$ ১ম চতুর্থক, $Q_1 = -5$ এবং ৩য় চতুর্থক, $Q_3 = 7$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান, $(QD) = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{7-(-5)}{2} = 6$

6. ক্ষুদ্রতম উপাত্ত চারটির পরিমিত ব্যবধান নিচের কোনটি?

ক 4 খ 4.3 গ 16 ঘ 18.5

উত্তর: খ 4.3

ব্যাখ্যা: ক্ষুদ্রতম উপাত্ত চারটি হলো – 9, – 5, 0, 2

গড় $= \frac{-9-5+0+2}{4} = -3$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান,

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-9+3)^2 + (-5+3)^2 + (0+3)^2 + (2+3)^2}{4}} = 4.3$$

7. 2, 4 ও 6 এর ভেদাঙ্ক কোনটি? [ব. বো. ১৭]

ক $\frac{8}{3}$ খ 8 গ 136 ঘ $\frac{136}{3}$

উত্তর: ক $\frac{8}{3}$

ব্যাখ্যা: গড় $= \frac{2+4+6}{3} = 4$

$\therefore \sigma^2 = \frac{(2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2}{3} = \frac{8}{3}$

বিকল্প পদ্ধতি: প্রথম n সংখ্যক জোড়/বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাঙ্ক $= \frac{n^2-1}{3}$

$\therefore$ 2, 4, 6 সংখ্যা তিনটির (n = 3) ভেদাঙ্ক $= \frac{3^2-1}{3} = \frac{8}{3}$

❖ **উদ্দীপকের আলোকে 8 ও 9 নং প্রশ্নের উত্তর দাও।** [সি. বো. ১৭]
মোস্তাফিজের প্রথম 6 ওভারের বোলিং এ রান খরচ হয় যথাক্রমে 1, 3, 6, 5, 4, 2।

8. সংখ্যাগুলির পরিমিত ব্যবধান কত?

ⓚ 1.7 ⓚ 2.91 ⓖ 4.18 ⓖ 2.04

উত্তর: ⓚ 1.7

ব্যাখ্যা: গড় $= \frac{1+3+6+5+4+2}{6} = 3.5$

$\therefore \sigma^2 = \frac{(1-3.5)^2+(3-3.5)^2+(6-3.5)^2+(5-3.5)^2+(4-3.5)^2+(2-3.5)^2}{6}$

$= \frac{35}{12}$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{35}{12}} = 1.708$

বিকল্প পদ্ধতি: দেওয়া আছে,

প্রথম 6 ওভারে রান খরচ হয় 1, 3, 6, 5, 4, 2 বা 1, 2, 3, 4, 5, 6 [$\therefore n = 6$]

এখন, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাঙ্ক,

$\sigma^2 = \frac{n^2-1}{12} = \frac{6^2-1}{12} = \frac{35}{12}$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{35}{12}} = 1.708$ **(Ans.)**

মোস্তাফিজের প্রথম 6 ওভারের বোলিং এ রান খরচ হয় যথাক্রমে 1, 3, 6, 5, 4, 2।

9. মৌলিক বা 2 এর গুণিতিক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ⓚ $\frac{7}{6}$ ⓚ $\frac{6}{6}$ ⓖ $\frac{5}{6}$ ⓖ $\frac{4}{6}$

উত্তর: ⓖ $\frac{5}{6}$

ব্যাখ্যা: মোট সংখ্যা, $n(S) = 6$

প্রদত্ত সংখ্যাগুলো হতে মৌলিক সংখ্যার সেট, $A = \{2, 3, 5\}$

এবং 2 এর গুণিতক সংখ্যাগুলোর সেট, $B = \{2, 4, 6\}$

$\therefore$ মৌলিক বা 2 এর গুণিতক সংখ্যাগুলোর সেট,

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $\therefore n(A \cup B) = 5$

$\therefore P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{5}{6}$

❖ **উদ্দীপকের আলোকে 10 ও 11 নং প্রশ্নের উত্তর দাও।** [দি. বো. ১৭]
দুইটি তথ্যের গাণিতিক গড় 7 এবং ভেদাংক 4

10. বিভেদাংক কোনটি?

ⓚ $\frac{200}{7}\%$ ⓚ $\frac{4}{7}$ ⓖ $\frac{200}{7}$ ⓖ $\frac{400}{7}\%$

উত্তর: ⓚ $\frac{200}{7}\%$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = 4$

$\Rightarrow$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{4} = 2$

এবং গাণিতিক গড়, $\bar{x} = 7$

$\therefore$ বিভেদাংক $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$

$= \frac{2}{7} \times 100\% = \frac{200}{7}\%$

11. মান দুটি কোনটি?

ⓚ 9, 5 ⓚ 8, 6
ⓖ 11, 3 ⓖ 7, 7

উত্তর: ⓚ 9, 5

ব্যাখ্যা: ধরি, সংখ্যা দুটি হলো a, b

$\therefore$ গড় $= \frac{a+b}{2} = 7$

$\Rightarrow a + b = 14$ ..... (i)

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \frac{a-b}{2}$ $\left[\because \sigma = \frac{R}{2} = \frac{x_1 - x_2}{2}\right]$

$\Rightarrow a - b = 4$ $[\because \sigma = 2]$ ..... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $a = 9, b = 5$

বিকল্প পদ্ধতি: ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে অপশন যাচাই।

12. কোনো একটি অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা কত?

ⓚ 0 ⓚ 1
ⓖ $\frac{1}{2}$ ⓖ $\frac{1}{3}$

উত্তর: ⓚ 0

ব্যাখ্যা: একটি অসম্ভব ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা শূন্য।

13. $\sum x = 36, \sum x^2 = 218, n = 7$ হলে σ কোনটি?

ⓚ 31.2 ⓚ 7.1 ⓖ 2.17 ⓖ 4.03

উত্তর: ⓖ 2.17

ব্যাখ্যা: পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{218}{7} - \left(\frac{36}{7}\right)^2} = 2.166 = 2.17$

14. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাঙ্ক কোনটি?

ⓚ $\frac{n^2-1}{12}$ ⓚ $\frac{n^2+1}{12}$ ⓖ $\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$ ⓖ $\frac{n-1}{12}$

উত্তর: ⓚ $\frac{n^2-1}{12}$

ব্যাখ্যা: প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যা:

ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\sum n^2}{n} - \left(\frac{\sum n}{n}\right)^2$

$= \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}{n} - \left\{\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n}\right\}^2$

$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n+1)^2}{4}$

$= \frac{n+1}{2}\left(\frac{2n+1}{3} - \frac{n+1}{2}\right)$

$= \frac{n+1}{2} \times \frac{4n+2-3n-3}{6}$

$= \frac{(n+1)(n-1)}{12}$

$= \frac{n^2-1}{12}$

15. A ও B দুইটি ঘটনা এবং $P(A \cap B) = 0$ হলে ঘটনাদ্বয়– [চ. বো. ১৭]

ক বর্জনশীল খ অবর্জনশীল গ স্বাধীন ঘ শর্তাধীন

উত্তর: ক বর্জনশীল

ব্যাখ্যা: A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর বর্জনশীল হলে $P(A \cap B) = 0$
এবং A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর অবর্জনশীল হলে $P(A \cap B) \neq 0$

16. সম্ভাব্যতায় A ঘটনা এবং এর পূরক ঘটনা A^c এর ক্ষেত্রে কোনটি সত্য? [সকল বোর্ড ১৮]

ক $0 < P(A) < 1$ খ $0 \leq P(A^c) < 1$
গ $0 < P(A^c) < 1$ ঘ $0 \leq P(A) \leq 1$

উত্তর: ঘ $0 \leq P(A) \leq 1$

ব্যাখ্যা: A ঘটনার ক্ষেত্রে, $0 \leq P(A) \leq 1$
A^c (পূরক ঘটনা) এর ক্ষেত্রে $0 \leq P(A^c) \leq 1$

17. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে– [ঢা. বো. ১৭]

i. $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

ii. $P(A \cup B) = \frac{11}{15}$

iii. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{4}{15}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{11}{15}$

(iii) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$

(i), (ii) ও (iii) নং সঠিক।

18. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A) = \frac{1}{2}$ হলে, $P(B)$ = কত? [সি. বো. ১৯]

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{2}{3}$ গ $\frac{3}{5}$ ঘ $\frac{5}{6}$

উত্তর: খ $\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3}$
$\Rightarrow P(B) = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

19. 120 জন ছাত্রের মধ্যে 75 জন ক্রিকেট খেলে এবং 65 জন ফুটবল খেলে। প্রত্যেক ছাত্রই কোনো না কোনো খেলায় অংশগ্রহণ করলে কতজন উভয় খেলাই খেলে?

ক 10 খ 20 গ 30 ঘ 45

উত্তর: খ 20

ব্যাখ্যা: $n(C) = 75$ এবং $n(F) = 65$
$n(C \cup F) = n(C) + n(F) - n(C \cap F)$
$\Rightarrow 120 = 75 + 65 - n(C \cup F)$
$\Rightarrow n(C \cap F) = 20$

20. A ও B দুইটি স্বাধীন ঘটনা এবং $P(A) = \frac{1}{5}$ ও $P(B) = \frac{5}{7}$ হলে $P(A \cap B)$ এর মান কত?

ক $\frac{31}{35}$ খ $\frac{18}{35}$ গ $\frac{1}{7}$ ঘ $\frac{7}{2}$

উত্তর: গ $\frac{1}{7}$

ব্যাখ্যা: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{7}$

21. যদি $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.7$ এবং $P(A \cap B) = 0.14$ হয়, তবে $P(A \mid B)$ এর মান কত?

ক $\frac{8}{7}$ খ $\frac{1}{5}$
গ $\frac{7}{8}$ ঘ কোনোটিই নয়

উত্তর: খ $\frac{1}{5}$

ব্যাখ্যা: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.14}{0.7} = 0.2 = \frac{1}{5}$

22. ইমন ও শারমিন দ্বাদশ শ্রেণিতে পড়ে। তারা তাদের গণিত বইয়ের যথাক্রমে 75% ও 80% প্রশ্ন সমাধান করতে পারে। দৈবভাবে নেয়া একটি গণিতের প্রশ্ন ইমন অথবা শারমিনের পক্ষে সমাধান করার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{20}$ খ $\frac{9}{20}$ গ $\frac{11}{20}$ ঘ $\frac{19}{20}$

উত্তর: ঘ $\frac{19}{20}$

ব্যাখ্যা: এখানে ঘটনাদ্বয় স্বাধীন (Independent)। ইমনের গণিত পারার সম্ভাবনা, $P(\text{Emon}) = \frac{75}{100}$

শারমিনের গণিত পারার সম্ভাবনা, $P(\text{Sharmin}) = \frac{80}{100}$

$\therefore P(\text{Emon} \cap \text{Sharmin}) = \frac{75}{100} \times \frac{80}{100} = \frac{3}{5}$

$\therefore P(\text{Emon} \cup \text{Sharmin})$
$= P(\text{Emon}) + P(\text{Sharmin}) - (\text{Emon} \cap \text{Sharmin})$
$= \frac{75}{100} + \frac{80}{100} - \frac{3}{5} = \frac{19}{20}$

23. একটি লুডুর গুটি পরপর 3 বার নিক্ষেপ করা হলে তিনবারই ছয় উঠার সম্ভাবনা কত? [য. বো. ১৭]

ক $\frac{1}{216}$ খ $\frac{1}{72}$ গ $\frac{1}{6}$ ঘ $\frac{1}{2}$

উত্তর: ক $\frac{1}{216}$

ব্যাখ্যা: একটি লুডুর গুটি নিক্ষেপের ক্ষেত্রে নমুনাক্ষেত্রে, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$\therefore n(S) = 6$

$\therefore$ একবার লুডু নিক্ষেপে ছয় উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$

$\therefore$ তিনবার নিক্ষেপে তিনবারই ছয় উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$
$= \frac{1}{216}$

24. দৈবভাবে দুইটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে দুইটি ছক্কায় প্রাপ্ত সংখ্যার যোগফল 4 এর চেয়ে কম হওয়ার সম্ভাবনা কত? [ঢা. বো. ১৯]

ক $\frac{1}{12}$ খ $\frac{1}{6}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{2}$

উত্তর: ক $\frac{1}{12}$

ব্যাখ্যা:

১ম বার ছক্কা / ২য় বার ছক্কা	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

$\therefore$ মোট নমুনাবিন্দু = 36

প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 4 এর চেয়ে কম হওয়ার ঘটনা,

A = {(1, 1), (1, 2), (2, 1)}

$\therefore$ n(A) = 3

$\therefore P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Note: (একটি ছক্কা m বার)/(m সংখ্যক ছক্কা 1 বার) নিক্ষেপ করলে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = 6^m

এক্ষেত্রে 2টি ছক্কা নিক্ষেপিত হয়েছে, m = 2

$\therefore$ মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = $6^2 = 36$

25. একটি ছক্কা নিক্ষেপে 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত? [চ. বো. ১৭]

ক $\frac{1}{6}$ খ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{2}{3}$

উত্তর: গ $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: একটি ছক্কা নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্রে, S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} $\therefore$ n(S) = 6

2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর সেট, A = {2, 4, 6} $\therefore$ n(A) = 3

$\therefore$ 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

26. তিনটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলো। তিনটিতেই একই সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{18}$ খ $\frac{1}{6}$ গ $\frac{1}{216}$ ঘ $\frac{1}{36}$

উত্তর: ঘ $\frac{1}{36}$

ব্যাখ্যা: তিনটি ছক্কার নমুনা ক্ষেত্রের উপাদান সংখ্যা = $6^3 = 216$

এর মধ্যে তিনটি ছক্কাতেই একই সংখ্যা আসার সেট,

A = {(1,1,1), (2,2,2), (3,3,3), (4,4,4), (5,5,5), (6,6,6)}

$\therefore$ n(A) = 6

$\therefore P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

27. একটি নিউট্রাল ছক্কা দুবার নিক্ষেপ করা হলে মুখের ফোটাগুলোর যোগফল সাত হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{5}{11}$ খ $\frac{6}{11}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{6}$

উত্তর: ঘ $\frac{1}{6}$

ব্যাখ্যা:

২য় ছক্কা / ১ম ছক্কা	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 6^2 = 36$

ছক্কা দুইটির মুখের ফোঁটার যোগফল 7 হতে পারে, তাদের সেট,

A = {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}

$\therefore$ n(A) = 6

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

28. একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা কত? [সি. বো. ১৭]

ক 6 খ 8 গ 10 ঘ 12

উত্তর: খ 8

ব্যাখ্যা: প্রথমবার নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্র = {H, T} এবং নমুনাবিন্দু = 2টি

দ্বিতীয়বার নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্র = {H, T} × {H, T} = {HH, HT, TH, TT} এবং নমুনাবিন্দু = 4টি

তৃতীয়বার নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT} × {H, T} = {HHH, HTH, THH, TTH, HHT, HTT, THT, TTT}

$\therefore$ নমুনাবিন্দু = 8

বিকল্প পদ্ধতি: (একটি মুদ্রা n বার/n সংখ্যক মুদ্রা 1 বার) নিক্ষেপ করা হলে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = 2^n

এক্ষেত্রে মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপিত হয়েছে অর্থাৎ n = 3

$\therefore$ নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = $2^3 = 8$

29. একটি মুদ্রা পরপর তিনবার টস করা হলে পর্যায়ক্রমে হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাবনা–

ক $\frac{1}{4}$ খ $\frac{1}{2}$

গ $\frac{1}{8}$ ঘ কোনোটিই নয়

উত্তর: ক $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা: হেড ও টেইল পর্যায়ক্রমে আসার নমুনাক্ষেত্র = {HTH, THT}

$\therefore$ হেড ও টেইল পর্যায়ক্রমে আসার সম্ভাবনা,

$= P(HTH) + P(THT)$

$= P(H) \times P(T) \times P(H) + P(T) \times P(H) \times P(T)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

বিকল্প পদ্ধতি:

তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্র,

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

$\therefore n(S) = 8$

হেড ও টেইল পর্যায়ক্রমে আসার নমুনাক্ষেত্র, A = {HTH, THT}

$\therefore n(A) = 2$

$\therefore$ সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

30. একটি নিউট্রাল মুদ্রা ও একটি নিউট্রাল ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। একই সঙ্গে মুদ্রাটির মাথা ও ছক্কাটির জোড় সংখ্যা সম্ভাবনা–

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{3}$

গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{5}$

উত্তর: গ $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র

= {H, T} × {1, 2, 3, 4, 5, 6}

= {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}

$\therefore n(S) = 12$

$\therefore$ হেড ও জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

31. 2 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটি পূর্ণসংখ্যা দৈবচয়নে নির্বাচন করলে সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{11}{38}$

গ $\frac{11}{39}$ ঘ $\frac{4}{13}$

উত্তর: ঘ $\frac{4}{13}$

ব্যাখ্যা: 2 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 39 $\therefore n(S) = 39$

2 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট,

A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37}

$\therefore n(A) = 12$

$\therefore$ নির্বাচিত সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{39} = \frac{4}{13}$

32. 40 হতে 50 সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হল। সংখ্যাটি মৌলিক না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{8}{11}$ খ $\frac{5}{11}$

গ $\frac{3}{11}$ ঘ $\frac{1}{11}$

উত্তর: ক $\frac{8}{11}$

ব্যাখ্যা: 40 থেকে 50 এর মধ্যে মোট সংখ্যা = (50 – 40) + 1 = 11

$\therefore n(S) = 11$

40 থেকে 50 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট, A = {41, 43, 47}

$\therefore n(A) = 3$

$\therefore$ নির্বাচিত সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{11}$

$\therefore$ নির্বাচিত সংখ্যাটি মৌলিক না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$

33. 1 থেকে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলো। সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{10}{99}$ খ $\frac{1}{10}$

গ $\frac{1}{11}$ ঘ $\frac{4}{33}$

উত্তর: গ $\frac{1}{11}$

ব্যাখ্যা: 1 থেকে 99 পর্যন্ত মোট সংখ্যা, (99 – 1) + 1 = 99

$\therefore n(S) = 99$

এখন, বর্গ সংখ্যাগুলোর সেট, $A = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2\}$

$= \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$

$\therefore n(A) = 9$

$\therefore$ সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

34. 1 থেকে 520 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়নে একটি সংখ্যা চয়ন করা হলে সংখ্যাটি অযুগ্ম ঘনসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা– **[DU 10-11]**

ক $\frac{1}{65}$ খ $\frac{2}{65}$

গ $\frac{1}{64}$ ঘ $\frac{1}{130}$

উত্তর: ঘ $\frac{1}{130}$

ব্যাখ্যা: 1 থেকে 520 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 520

ঘন সংখ্যাগুলোর সেট, $A = \{1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3\}$

$= \{1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512\}$

অযুগ্ম/বিজোড় ঘন সংখ্যাগুলোর সেট, A = {1, 27, 125, 343}

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{4}{520} = \frac{1}{130}$

35. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামতো নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{5}{11}$ খ $\frac{6}{11}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{3}{5}$

উত্তর: ক $\frac{5}{11}$

ব্যাখ্যা: 30 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 11

30 থেকে 40 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো সেট, A = {31, 37}

30 থেকে 40 পর্যন্ত 5 এর গুণিতকের সংখ্যাগুলো সেট, B = {30, 35, 40}

$\therefore A \cup B = \{30, 31, 35, 37, 40\}$ $\therefore n(A \cup B) = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A \cup B) = \frac{5}{11}$

36. 1 হতে 21 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোনো একটিকে দৈবচয়নের মাধ্যমে নিলে সেই সংখ্যাটি 3 বা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক $\frac{8}{21}$ খ $\frac{3}{7}$ গ $\frac{10}{21}$ ঘ $\frac{11}{21}$

উত্তর: খ $\frac{3}{7}$

ব্যাখ্যা: 1 থেকে 21 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 21

1 থেকে 21 পর্যন্ত 3 এর গুণিতকের সংখ্যাগুলোর সেট,

A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21}

1 থেকে 21 পর্যন্ত 7 এর গুণিতকের সংখ্যাগুলোর সেট, A = {7, 14, 21}

$\therefore A \cup B = \{3, 6, 7, 9, 12, 14, 15, 18, 21\}$

$\therefore n(A \cup B) = 9$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A \cup B) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

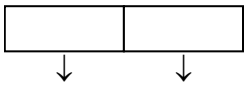
37. পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 সংখ্যাগুলি ব্যবহার করে দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা লিখলে তা জোড় হবার সম্ভাবনা কত?

ক 0.5 খ 0.25 গ 0.75 ঘ 0.6

উত্তর: ক 0.5

ব্যাখ্যা: দুই অংকবিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায় $^6P_2 = 30$ উপায়ে।

জোড় হতে হলে শেষের অঙ্কটি 2, 4 অথবা 8 হতে হবে প্রাপ্ত তথ্য অনুসারে।



প্রথম স্থান শেষ স্থান

শেষের স্থানটি, 2, 4, 8 দ্বারা পূরণ করা যায় $^3P_1$ উপায়ে। প্রথম স্থানটি, বাকি (6 – 1) = 5টি অঙ্ক দ্বারা পূরণ করা যায় $^5P_1$ উপায়ে।

$\therefore$ মোট জোড় সংখ্যা গঠন হতে পারে = $^5P_1 \times {}^3P_1 = 15$ উপায়ে

$\therefore$ সংখ্যাটি জোড় হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0.5$

38. একটি বাক্সে 7টি লাল ও 3টি নীল বল আছে। প্রতিস্থাপন না করে নিরপেক্ষভাবে পরপর তিনটি বল তুললে সেগুলো নীল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [ব. বো. ১৭]

ক $\frac{233}{360}$ খ $\frac{3}{5}$ গ $\frac{1}{120}$ ঘ $\frac{3}{500}$

উত্তর: গ $\frac{1}{120}$

ব্যাখ্যা: মোট বল = 7 + 3 = 10টি

$\therefore$প্রতিস্থাপন না করে নিরপেক্ষভাবে পরপর 3টি বল তুললে সেগুলো নীল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$

39. একটি বাক্সে 5টি নীল, 3টি লাল ও 4টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল উত্তোলন করলে বলটি– [রা. বো. ১৭]

i. নীল না হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{12}$

ii. লাল হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$

iii. নীল বা লাল হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: মোট বলের সংখ্যা = (5 + 3 + 4) = 12টি

$\therefore$ উত্তোলিত বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{^5C_1}{^{12}C_1} = \frac{5}{12}$

এখন, উত্তোলিত বলটি নীল না হওয়ার সম্ভাবনা = 1 – P(B)

$= 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$

(i) নং সঠিক নয়।

আবার, বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $P(R) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(ii) নং সঠিক।

আবার, বলটি নীল বা লাল হওয়ার সম্ভাবনা = P(B) + P(R)

$= \frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{2}{3}$

(iii) নং সঠিক।

40. একটি বাক্সে 4টি সাদা, 3টি কালো ও 5টি সবুজ মার্বেল রাখা আছে। নির্বিচারে বাক্স হতে তিনটি মার্বেল তোলা হলে মার্বেলগুলির সম্ভাবনা [দি. বো. ১৭]

i. 3টি সবুজ হলে $\frac{1}{22}$

ii. 3টি ভিন্ন রং এর হলে $\frac{3}{11}$

iii. সর্বাধিক 2টি সাদা হলে $\frac{9}{11}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: মোট মার্বেল সংখ্যা = (4 + 3 + 5) = 12টি

(i) 3টি মার্বেল সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{^5C_3}{^{12}C_3} = \frac{1}{22}$

(ii) 3টি ভিন্ন রং অর্থাৎ 1টি সাদা, 1টি কালো এবং 1টি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{^4C_1 \times {}^3C_1 \times {}^5C_1}{^{12}C_3} = \frac{3}{11}$

(iii) 1টি সাদা ও বাকি 2টি অন্য রং হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{^4C_1 \times {}^8C_2}{^{12}C_3} = \frac{28}{55}$

2টি সাদা ও বাকি 1টি অন্য রং হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{^4C_2 \times {}^8C_2}{^{12}C_3} = \frac{12}{55}$

একটিও সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{^8C_3}{^{12}C_3} = \frac{14}{55}$

$\therefore$ সর্বাধিক 2টি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{28}{55} + \frac{12}{55} + \frac{14}{55} = \frac{54}{55}$

❖ **উদ্দীপকের আলোকে 41 ও 42 নং প্রশ্নের উত্তর দাও।**
একটি থলিতে 7টি সাদা ও 3টি লাল বল আছে। অপর একটি থলিতে 2টি সাদা ও 5টি লাল বল আছে।

41. ১ম থলি থেকে নিরপেক্ষ ভাবে পরপর তিনটি বল তুললে বলগুলি লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ⓚ $\frac{1}{135}$ ⓚ $\frac{1}{120}$ ⓖ $\frac{1}{160}$ ⓖ $\frac{9}{1000}$

উত্তর: ⓚ $\frac{1}{120}$

ব্যাখ্যা: প্রথম থলিতে মোট বল আছে = 7 + 3 = 10টি।

∴ নিরপেক্ষভাবে পরপর 3টি বল তুললে, বলগুলো লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$

42. সমসম্ভব উপায়ে যে কোন থলি নির্বাচন করে সেখান থেকে একটি বল উত্তোলন করলে তা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ⓚ $\frac{69}{70}$ ⓚ $\frac{1}{7}$
ⓖ $\frac{69}{140}$ ⓖ $\frac{7}{20}$

উত্তর: ⓖ $\frac{69}{140}$

ব্যাখ্যা:

১ম থলি	২য় থলি
7W + 3R = 10টি বল	2W + 5R = 7টি বল

যেকোনো একটি থলি নির্বাচনের সম্ভাবনা = $\frac{1}{2}$

∴ ১ম থলি থেকে 1টি সাদা বল পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{20}$

২য় থলি থেকে 1টি সাদা বল পাওয়ার সম্ভবানা = $\frac{1}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{7}{20} + \frac{1}{7} = \frac{69}{140}$

43. একটি বাক্সে 7টি লাল ও 6টি কালো বল আছে। বাক্সটি হতে দৈবচয়নে 6টি বল উঠানো হলে 4টি কালো ও 2টি লাল বল পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

ⓚ 0.1836 ⓚ 0.2567
ⓖ 0.3875 ⓖ কোনোটিই নয়

উত্তর: ⓚ 0.1836

ব্যাখ্যা: মোট বল আছে = 7 + 6 = 13টি

∴ 4টি কালো ও 2টি লাল বল পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{{}^7C_2 \times {}^6C_4}{{}^{13}C_6} = \frac{105}{572}$
$= 0.18356$
≈ 0.1836

44. একই রকম 3টি বক্সে যথাক্রমে 2টি লাল ও 5টি কালো, 3টি লাল ও 5টি সাদা এবং 5টি লাল ও 7টি কালো বল আছে। দৈবচয়নের মাধ্যমে একটি বক্স হতে একটি বল নেওয়া হলে সেটি কালো হবার সম্ভাবনা কত?

ⓚ $\frac{31}{52}$ ⓚ $\frac{71}{252}$ ⓖ $\frac{97}{252}$ ⓖ $\frac{109}{252}$

উত্তর: ⓖ $\frac{109}{252}$

ব্যাখ্যা:

বক্স - 1	বক্স - 2	বক্স - 3
2R, 5B মোট বল = 7টি	3R, 5W মোট বল = 8টি	5R, 7B মোট বল = 12টি

∴ নির্ণেয় সম্ভবনা = P(১ম বক্স) . P(১ম বক্স হতে 1B)
+ P(২য় বক্স).P(২য় বক্স হতে 1B) + P(৩য় বক্স).P(৩য় বক্স হতে 1B)
$= \frac{5}{7} \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} + \frac{7}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{109}{252}$

45. 52 খানা তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যেকোনো একটি তাস টেনে টেক্কা না পাবার সম্ভাবনা–

ⓚ 13/12 ⓚ 12/13 ⓖ 11/12 ⓖ 12/11

উত্তর: ⓚ 12/13

ব্যাখ্যা: 52টি তাসের মধ্যে টেক্কা আছে 4টি

∴ টেক্কা আসার সম্ভাবনা = $\frac{{}^4C_1}{{}^{52}C_1} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

∴ টেক্কা না আসার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

46. 52 খানা তাসের প্যাকেট হতে যেমন খুশী টেনে ধারাবাহিকভাবে চারখানা টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

ⓚ $\frac{1}{270727}$ ⓚ $\frac{1}{456976}$ ⓖ $\frac{1}{270725}$ ⓖ $\frac{1}{270726}$

উত্তর: ⓖ $\frac{1}{270725}$

ব্যাখ্যা: একটি প্যাকেটে মোট তাস সংখ্যা = 52টি

ধারাভাবিক ভাবে চারখানা টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{2}{50} \times \frac{1}{49}$
$= \frac{1}{270725}$

47. 52 তাসের প্যাকেট থেকে 1টি তাস দৈবভাবে উঠানো হয়। তাসটি লাল অথবা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা কোনটি?

ⓚ $\frac{7}{52}$ ⓚ $\frac{15}{16}$ ⓖ $\frac{11}{13}$ ⓖ $\frac{7}{13}$

উত্তর: ⓖ $\frac{7}{13}$

ব্যাখ্যা: লাল তাস উঠার সম্ভাবনা, $P(R) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ [∵ লাল তাস = 26টি]

∴ টেক্কা উঠার সম্ভাবনা, $P(T) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ [∵ টেক্কা = 4টি]

∴ তাসটি লাল ও টেক্কা হওয়া সম্ভাবনা, $P(R \cap T) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$
[∵ লাল টেক্কা = 2টি]

∴ তাসটি লাল অথবা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা,
$P(R \cup T) = P(R) + P(T) - P(R \cap T) = \frac{1}{2} + \frac{1}{13} - \frac{1}{26} = \frac{7}{13}$

48. 4, 8 এবং 16 এর জ্যামিতিক গড়–

ⓚ 8 ⓚ 4
ⓖ 16 ⓖ 12

উত্তর: ⓚ 8

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত ডাটাসেটের সমস্ত সংখ্যাকে গুণ করে এবং প্রাপ্ত ফলাফলের n তম মূল থেকে জ্যামিতিক গড় পাওয়া যায়।

এক্ষেত্রে, n = 3 এবং জ্যামিতিক গড় = $\sqrt[3]{4 \times 8 \times 16} = \sqrt[3]{512} = 8$

49. 7, 8, 9, 10 সংখ্যাগুলি–

i. থেকে যে কোনো একটি সংখ্যা তুললে তা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$

ii. এর ভেদাঙ্ক 1.25 iii. এর পরিমিত ব্যবধান 1.12

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) মোট সংখ্যা = 4 এবং এসব সংখ্যা হতে 3 এর গুণিতক হওয়ার সংখ্যার সেট, A = {9}

$\therefore$ 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{1}{4}$

(ii) গড় $= \frac{7+8+9+10}{4} = 8.5$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{(7-8.5)^2+(8-8.5)^2+(9-8.5)^2+(10-8.5)^2}{4}$

$= 1.25$

(iii) পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{1.25} = 1.12$

(i), (ii) ও (iii) নং সঠিক।

50. 3, 4 ও 5 সংখ্যা তিনটির– [রা. বো. ১৭]

i. গাণিতিক গড় 4 ii. গড় ব্যবধান $\frac{2}{3}$ iii. ভেদাঙ্ক $\frac{4}{9}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: (i) গাণিতিক গড় $= \frac{3+4+5}{3} = 4$

(ii) গড় ব্যবধান $= \frac{|3-4|+|4-4|+|5-4|}{3} = \frac{2}{3}$

(iii) ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2}{3} = \frac{2}{3}$

(i) ও (ii) নং সঠিক।

❖ **উদ্দীপকের আলোকে 51 নং প্রশ্নের উত্তর দাও।**

একটি কলেজের 6 জন শিক্ষার্থীর গণিতের কুইজ পরীক্ষার নম্বর যথাক্রমে 7, 8, 9, 11, 12, 14।

51. নম্বরগুলির পরিমিত ব্যবধান কত?

ক 1.41 খ 2.41 গ 3.41 ঘ 4.41

উত্তর: খ 2.41

ব্যাখ্যা:

x_i	7	8	9	11	12	14	$\Sigma x_i = 61$
x_i^2	49	64	81	121	144	196	$\Sigma x_i^2 = 655$

এখানে, N = 6

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma x_i}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{655}{6} - \left(\frac{61}{6}\right)^2} = 2.41$

52. একজন লোকের 3 জোড়া কালো মোজা এবং 2 জোড়া বাদামী মোজা আছে। একদিন অন্ধকারে তাড়াহুড়া করে লোকটি কাপড় পরল। সে প্রথমে একটি বাদামী মোজা পরার শর্তে পরবর্তী মোজাও বাদামী হওয়ার সম্ভাবনা–

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{2}{15}$ গ $\frac{1}{10}$ ঘ $\frac{3}{10}$

উত্তর: খ $\frac{2}{15}$

ব্যাখ্যা: বাদামি মোজা = 2 জোড়া = 4টি মোজা

কালো মোজা = 3 জোড়া = 6টি মোজা

মোট মোজা = (3 + 2) = 5 জোড়া = 10টি মোজা

$\therefore$ প্রথম মোজা বাদামি পরার শর্তে পরবর্তী মোজাও বাদামী হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$

Prepared By

Abhi Datta Tushar

ME'15, BUET

CEO, ACS Group

Managing Director, Rhombus Publications

Founder: Rhombus Parallel Science Hub

https://www.rhombuspublications.com

https://aparsclassroom.com/shop/abhi/